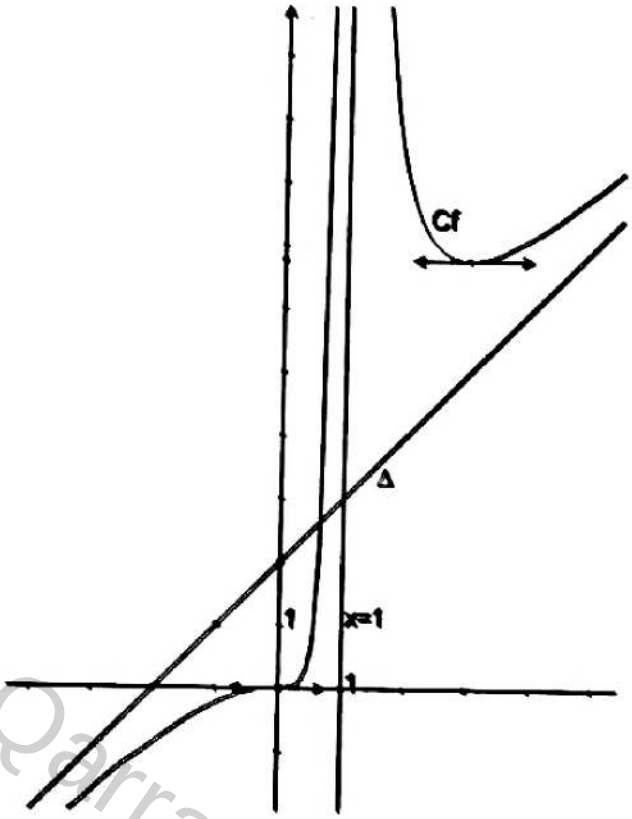

II. $h(x)=\dfrac{\sin^3(x)}{(\sin(x)-1)^2}=f(\sin(x))$

1) a/ $\sin(x)-1=0 \Leftrightarrow \sin(x)=1$

$$\Leftrightarrow x=\frac{\pi}{2}+2k\pi;\ k\in\mathbb{Z}$$

$D_h = IR\setminus\{\frac{\pi}{2}+2k\pi\ ,\ k\in\mathbb{Z}\}$

b/ $h(x+2\pi)=f(\sin(x+2\pi))=f(\sin(x))=h(x)$
donc 2π est une période de h.

c/ • $x\in D_h \Rightarrow x\neq\frac{\pi}{2}+2k\pi\ ,\ k\in\mathbb{Z}$

$$\Rightarrow -x\neq -\frac{\pi}{2}-2k\pi\ ,\ k\in\mathbb{Z}$$

$$\Rightarrow \pi-x\neq\frac{\pi}{2}-2k\pi\ ,\ k\in\mathbb{Z}$$

$$\Rightarrow 2.\frac{\pi}{2}-x\in D_h$$

• $h(\pi-x)= f(\sin(\pi-x))=f(\sin(x))=h(x)$

Conclusion: Δ: $x=\pi/2$ est un axe de symétrie pour C_h

2) a/ $h(x)= f(\sin(x))$

$$\left.\begin{array}{l}\lim\limits_{x\to\left(\frac{\pi}{2}\right)^-}\sin(x)=1\\ \lim\limits_{x\to 1}f(x)=+\infty\end{array}\right\rangle \Rightarrow \lim_{x\to\left(\frac{\pi}{2}\right)^-}h(x)=+\infty$$

b/ $h'(x)= \cos(x).f'(\sin(x))$

pour $x\in\left[-\frac{\pi}{2},\frac{\pi}{2}\right[$

$$\left.\begin{array}{l}\cos(x)\geq 0\\ et\ \sin(x)\in[-1,1[\Rightarrow f'(\sin(x))\geq 0\end{array}\right\rangle \Rightarrow$$

$$h'(x)\geq 0\ ;\forall x\in\left[-\frac{\pi}{2},\frac{\pi}{2}\right[\Rightarrow$$

h est croissante sur $\left[-\frac{\pi}{2},\frac{\pi}{2}\right[$

c/

$$h'(x)=0 \Leftrightarrow \cos(x)=0 \quad ou \quad f'(\sin(x))=0$$

$$\Leftrightarrow x=\frac{\pi}{2}+k\pi \quad ou \quad \sin(x)=0$$

$$\Leftrightarrow x=\frac{\pi}{2}+k\pi \quad ou \quad x=k\pi \quad k\in\mathbb{Z}$$

$$S_{D_h}=\left\{\frac{-\pi}{2}+2k\pi,k\in\mathbb{Z}\right\}\cup\{k\pi,k\in\mathbb{Z}$$

d/ h' s'annule et ne change pas de signe en 0 donc le point de coordonnées (0,h(0)) est un point d'inflexion pour C_h
Conclusion : l'origine du repère est un point d'inflexion pour C_h

3) Soit C_1 la courbe de la restriction de h sur $\left[-\frac{\pi}{2},\frac{\pi}{2}\right[$ et Δ :$x=\pi/2$

$C_2 = S_\Delta(C_1)$:la courbe de la restriction de h sur $\left]\frac{\pi}{2},\frac{3\pi}{2}\right]$

$$C_h=\bigcup_{k\in\mathbb{Z}}t_{2k\pi\vec{i}}(C_1\cup C_2)$$

Qarray.tn - Aqra Blech - Qarray.tn